DM 5

Exercice 1 : Démonstration de la loi de Laplace

On souhaite démontrer la loi de Laplace à l'aide du premier principe de la thermodynamique.

1. Rappeler la loi de Laplace et ses conditions d'application.

2. Montrer que celle-ci est équivalente à $T\,V^{\gamma-1} = \text{cste}$ et $P^{1-\gamma}\,T^{\gamma} = \text{cste}$.

On considère un gaz parfait constitué de n moles de capacité thermique à volume constant $C_{\text{V}} = \dfrac{n\,R}{\gamma - 1}$ qui subit une transformation adiabatique et réversible, en étant soumis uniquement à des forces de pression.

3. Exprimer la variation infinitésimale de l'énergie interne $\mathrm{d}U$ du gaz en fonction de $\mathrm{d}T$.

4. Exprimer $\mathrm{d}U$ en fonction de $\mathrm{d}V$ à l'aide du premier principe de la thermodynamique.

5. En déduire la relation suivante :

$$V\,\mathrm{d}P = -\gamma\,P\,\mathrm{d}V.$$

6. Retrouver la loi de Laplace à partir de cette relation.